

О. Н. Гадомский, И. А. Щукарев

**ОПТИЧЕСКИЕ СРЕДЫ
С КВАЗИНУЛЕВЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ ПРЕЛОМЛЕНИЯ.
(ЧАСТЬ I. ОТРАЖЕНИЕ И ПРЕЛОМЛЕНИЕ
СВЕТА НА ГРАНИЦЕ ВАКУУМ–ОПТИЧЕСКАЯ СРЕДА
С КВАЗИНУЛЕВЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ ПРЕЛОМЛЕНИЯ)**

Аннотация.

Актуальность и цели. В эффекте полного внутреннего отражения с детерминированными показателями преломления формируется волна, для которой поток энергии через границу отсутствует и вся энергия идет на отражение. В рассматриваемом же случае показатель преломления слоя не является фиксированной величиной, а представляется как непрерывная случайная величина, принимающая численные значения в интервале допустимых значений от нуля до некоторого предельного значения. Это означает, что понятие резкой границы раздела двух сред, на которой показатели преломления сред являются детерминированными величинами, исчезает и законы отражения и преломления света становятся нефренелевскими. В этом и есть принципиальное отличие рассматриваемого эффекта от эффекта полного внутреннего отражения на границе раздела двух сред с фиксированными показателями преломления.

Материалы и методы. Отличительной особенностью рассматриваемой граничной задачи является то, что показатель преломления композитной среды обладает неопределенностью в интервале от нуля до некоторой величины Δn , определяемой экспериментально в спектрах отражения композитного слоя по расположению интерференционных минимумов.

Результаты. Решена граничная задача, в которой плоская электромагнитная волна отражается и преломляется на плоской границе раздела двух сред, одна из которых является вакуумом, а другая полубесконечной прозрачной оптической средой с квазиулевым показателем преломления в широком диапазоне длин волн от 450 до 1100 нм.

Выводы. На основе анализа экспериментальных спектров отражения и пропускания слоев из этих материалов сделан вывод о том, что эти материалы образуют новый класс композитных материалов с квазиулевым показателем преломления. Показано, что на границе раздела воздух – оптическая среда с квазиулевым показателем преломления должен наблюдаться эффект огибания светом плоской поверхности. Вследствие неопределенности показателя преломления среды в рассматриваемой граничной задаче граница раздела двух сред является неоднородной и законы отражения и преломления плоской волны становятся нефренелевскими. Выведены формулы для амплитуд отражения и преломления волны, отличающиеся от известных формул Френеля.

Ключевые слова: композитные пленки (PMMA + Ag), нефренелевское отражение и преломление света, наночастицы серебра, квазиулевой показатель преломления.

O. N. Gadomskiy, I. A. Shchukarev

**OPTICAL MEDIA WITH QUASI-ZERO INDEX OF REFRACTION.
(PART I. REFLECTION AND REFRACTION OF LIGHT
ON THE BOUNDARY OF VACUUM AND OPTICAL MEDIUM
WITH QUASI-ZERO INDEX OF REFRACTION)**

Abstract.

Background. In the effect of total internal reflection with the determined index of refraction there is formed a wave, for which the energy stream through the border is absent and all energy goes for reflection. In a considered case the index of refraction of a layer is not the fixed value, and it is represented as the continuous random value accepting numerical values in the range of admissible values from zero to a certain limiting value. It means that the concept of a sharp boundary between two media, on which the index of refraction of the optical media is the determined value, disappears, and the laws of reflection and refraction of light become non-Fresnel. In That is what is called the fundamental difference of the considered effect from the effect of total internal reflection on a boundary between two media with the fixed index of refraction.

Materials and methods. A distinctive feature of the considered boundary-value problem is that the index of refraction of the composite medium possesses indeterminacy in the range from zero up to a certain Δn , defined experimentally in reflection spectra of a composite layer by disposition of the interference minima.

Results. The authors solved the boundary-value problem in which the plane electromagnetic wave is reflected and refracted on a flat boundary between two media, provided one of which is a vacuum, and another one is a semi-infinite transparent optical medium with the quasizero index of refraction in the wide range of lengths of waves from 450 to 1100 nanometers.

Conclusions. On the basis of the analysis of the experimental spectra of reflection and transmission of layers made from these materials the authors came to a conclusion that these materials form a new class of composite materials with the quasi-zero index of refraction. It is shown that on the boundary "air- optical medium" with the quasizero index of refraction there occurs the effect of plane surface enveloping by light. Owing to indeterminacy of the index of refraction of the medium in the considered boundary-value problem, the boundary between two media is nonhomogeneous, and the laws of reflection and refraction of a plane wave become non-Fresnel.

Key words: (PMMA + Ag) composite films, non-fresnel reflection and refraction of light, silver nanoparticles, quasi-zero refractive index.

Введение

Интерес к метаматериалам, включая композитные материалы, обусловлен их необычными физическими свойствами и возможными применениями в обеспечении оптической невидимости, в конструировании приборов для обнаружения слабых световых потоков, а также в солнечной энергетике. Важное направление в изучении метаматериалов связано с конструированием различных структур из материалов с разными диэлектрическими и магнитными проницаемостями. Известны структуры с нулевым показателем преломления, которые исследуются теоретически и экспериментально в следующих работах [1–9]. Так, в [9] в тонком 85 нм волноводе из стекла с обкладкой из серебра при возбуждении света в волноводе с помощью электронного луча формируется оптическая среда с нулевым показателем преломления на определенной длине волны.

Представляет, однако, значительно больший интерес разработка таких метаматериалов, в которых достигается нулевой или квазинулевой показатель преломления в широкой области оптического спектра. При этом очень важно для практических приложений разработать технологию нанесения этих мате-

риалов в виде пленок на различные поверхности. Один из физико-химических методов синтеза материалов с квазиулевым показателем преломления на основе полиметилметакрилата и наночастиц серебра представлен в патенте [10]. Другой более совершенный метод синтеза описан в патенте [11].

На основе проведенных нами оптических и фотовольтаических экспериментов установлено, что синтезируемые нами прозрачные композитные материалы действительно обладают квазиулевым показателем преломления, что подтверждается следующими обнаруженными эффектами.

В экспериментальных спектрах отражения света в толстых слоях, толщина которых значительно больше длины волны внешнего излучения, наблюдается интерференция света, что является подтверждением того, что слои обладают квазиулевым показателем преломления [12, 13].

Показано, что в известных формулах для амплитуд отражения и пропускания света в слое на поверхности полубесконечной среды содержится возможность точного обращения в нуль показателей преломления и поглощения [14]. В этом случае имеет место эффект идеального оптического просветления, когда амплитуда отражения обращается в нуль, а амплитуда пропускания равна амплитуде внешней волны, независимо от угла падения света, толщины слоя и показателей преломления обрамляющих сред.

В экспериментальных спектрах пропускания композитного слоя на стекле наблюдается эффект усиленного оптического пропускания, когда добавление в полимерную матрицу наночастиц серебра увеличивает ее прозрачность, т.е. наночастицы серебра усиливают свет [13].

Оптическое пропускание света композитными слоями с квазиулевым показателем преломления во встречных направлениях неодинаковое, а оптическое пропускание света во встречных направлениях в полимерных слоях одинаковое, что обнаруживается экспериментально [12].

Отражение и пропускание света слабо зависит от угла падения внешнего излучения, что позволяет применять композитные слои с квазиулевым показателем преломления, например, в солнечной энергетике для 25 % увеличения в течение светового дня генерации электрической энергии, а также к гигантскому фотовольтаическому эффекту [15].

При произвольных углах падения света композитная пленка с квазиулевым показателем преломления фокусирует свет [16].

На основе проведенных экспериментов можно утверждать, что синтезируемые нами композитные материалы представляют собой новый класс наноструктурных метаматериалов с квазиулевым показателем преломления. Важным свойством этих материалов является их высокая прозрачность в диапазоне длин волн от 450 до 1100 нм, что является несомненным преимуществом этих материалов по сравнению с метаматериалами, которые используются в настоящее время.

Целью данной статьи является теоретическое исследование оптических свойств границы раздела двух сред вакуум – оптическая среда с квазиулевым показателем преломления. Будет показано, что на этой границе возможно формирование эффекта обтекания светом плоской поверхности, что представляет значительный интерес, например, для маскировки тел. Будем следовать методу Эвальда – Озеена [17], впервые применяя его для оптических сред с квазиулевым показателем преломления.

1. Композитная среда с наночастицами серебра как непрерывная оптическая среда

Будем рассматривать композитную среду с наночастицами серебра как непрерывную оптическую среду, пренебрегая пока эффектом ближнего поля, связанного с учетом дискретно распределенных наночастиц серебра в окрестности точек наблюдения внутри среды. Эффект ближнего поля для атомарных или молекулярных оптических сред был исследован в наших работах [18, 19] для объяснения аномалий в формулах Френеля при брестеровском отражении света и объяснения прецизионных экспериментов по отражению света от плоской поверхности жидких диэлектриков. Эффект ближнего поля в среде с наночастицами серебра рассмотрен в работе [18], где доказана возможность достижения нулевого показателя преломления.

В рамках концепции непрерывности оптической среды имеем следующие интегральные уравнения для напряженностей электрического $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ и магнитного $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ полей [20]:

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{E}_I(\mathbf{r}, t) + \int \text{rot rot} \frac{\mathbf{P}\left(\mathbf{r}', t - \frac{R}{c}\right)}{R} dV' \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{H}_I(\mathbf{r}, t) + \frac{1}{c} \int \text{rot} \frac{\dot{\mathbf{P}}\left(\mathbf{r}', t - \frac{R}{c}\right)}{R} dV',\end{aligned}\quad (1)$$

где $\mathbf{E}_I(\mathbf{r}, t)$, $\mathbf{H}_I(\mathbf{r}, t)$ – напряженности электрического и магнитного полей внешней электромагнитной волны, падающей из вакуума на поверхность оптической среды; c – скорость света в вакууме; $\mathbf{r}$ – точка наблюдения внутри или вне среды; $\mathbf{r}'$ – точки внутри среды или на ее поверхности, $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$; дифференцирование ведется по координатам точки наблюдения. Если точка наблюдения $\mathbf{r}$ находится вне рассматриваемой среды, то интегралы в (1) берутся по всей среде. Если же она расположена внутри среды, то необходимо для устранения расходимости при $R \rightarrow 0$ исключить небольшую область, ограниченную сферой σ малого радиуса и в конечных формулах устремить радиус этой сферы к нулю.

Вектор поляризации имеет вид [18]:

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = (qN_0\alpha_{eff} + N_m\alpha_m)\mathbf{E}(\mathbf{r}, t), \quad (2)$$

где α_{eff} – эффективная поляризуемость свободных электронов в сферических наночастицах серебра, определенная в [20]; q – число свободных электронов в наночастице; N_0 – концентрация наночастиц; N_m , α_m – концентрация и поляризуемость молекул полимерной матрицы композита.

Уравнения (1) эквивалентны уравнениям Максвелла для изотропных немагнитных оптических сред. Если решить уравнение для $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$, то это позволяет определить и напряженность магнитного поля $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ в различных

точках наблюдения. Поэтому будем использовать вместо двух уравнений (1) лишь уравнение для напряженности электрического поля.

2. Теорема погашения Эвальда – Озеена и формула Лорентц – Лоренца

Для решения уравнения (1) представим его для точек наблюдения внутри среды следующим образом:

$$\mathbf{P} = \bar{N}\bar{\alpha}(\mathbf{E}_I + \mathbf{E}_\alpha), \quad (3)$$

где $\bar{N}\bar{\alpha}$ – коэффициент, стоящий в скобках в выражении (2); $\mathbf{E}_\alpha$ – поле диполей, равное

$$\mathbf{E}_\alpha = \int_0^\Sigma \text{rot rot} \frac{\mathbf{P}\left(\mathbf{r}', t - \frac{R}{c}\right)}{R} dV', \quad (4)$$

Σ обозначает границу рассматриваемой среды.

Будем считать, что внешнее поле представляется как монохроматическое поле с частотой ω ,

$$\mathbf{E}_I = \mathbf{A}_I(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t), \quad (5)$$

где $\mathbf{A}_I(\mathbf{r})$ – некоторая заданная функция координат. В качестве пробного решения уравнения (3) выберем волну поляризации, которая имеет ту же частоту, но обладает другой фазовой скоростью $\frac{c}{n}$, n – показатель преломления среды. Пробное решение имеет следующий вид:

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = (n^2 - 1)k_0^2 \mathbf{Q}(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}, \quad (6)$$

где $\mathbf{Q}(\mathbf{r})$ – неизвестная функция координат; $k_0 = \frac{\omega}{c}$ – волновое число.

В области квазиуловых значений показателя преломления n , включая случай $n = 0$, фазовая скорость $\frac{c}{n}$ стремится к бесконечности. Однако это не противоречит принципу относительности, поскольку принцип относительности ограничивает скорость переноса энергии, она не может быть больше c , а скорость переноса фазы неограничена. Потребуем выполнения следующих условий для функции $\mathbf{Q}(\mathbf{r})$, а именно:

$$\nabla^2 \mathbf{Q} + n^2 k_0^2 \mathbf{Q} = 0, \quad \text{div } \mathbf{Q} = 0. \quad (7)$$

Найдем неизвестную функцию $\mathbf{Q}$, а также показатель преломления n рассматриваемой оптической среды.

Перепишем (3) в форме, не зависящей от времени:

$$\mathbf{Q} = \bar{N}\bar{\alpha} \left\{ \frac{1}{(n^2 - 1)k_0^2} \mathbf{A}_I + \mathbf{A}_\alpha \right\}, \quad (8)$$

где

$$\mathbf{A}_\alpha = \int_{\Sigma} \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{Q}(\mathbf{r}') G(r) dV', \quad (9)$$

и

$$G = \frac{\exp(ik_0 R)}{R} - \quad (10)$$

функция Грина, представляющая собой сферическую волну в вакууме.

Используем доказанную в [20] математическую лемму, согласно которой

$$\begin{aligned} & \int_{\Sigma} \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{Q}(\mathbf{r}') G(r) dV' = \\ & = \operatorname{rot} \operatorname{rot} \int_{\Sigma} \mathbf{Q}(\mathbf{r}') G(r) dV' - \left(\frac{8\pi}{3} \right) \mathbf{Q}(\mathbf{r}), \end{aligned} \quad (11)$$

что позволяет вынести в уравнении (8) оператор $\operatorname{rot} \operatorname{rot}$ за знак интеграла.

Функция Грина $G(R)$ удовлетворяет волновому уравнению

$$\nabla^2 G + k_0^2 G = 0. \quad (12)$$

Поэтому член, стоящий под знаком интеграла в (11), имеет вид

$$\mathbf{Q}G = \frac{1}{(n^2 - 1)k_0^2} (\mathbf{Q}\nabla^2 G - G\nabla^2 \mathbf{Q}). \quad (13)$$

Подставляя (13) в подынтегральное выражение (11), применим теорему Грина, позволяющую объемный интеграл преобразовать в поверхностный интеграл по поверхностям Σ и σ , где σ – сфера малого радиуса $\bar{a}$, окружающая точку наблюдения внутри среды. В результате получим следующее равенство:

$$\int_{\Sigma} \mathbf{Q}(\mathbf{r}') G(r) dV' = \frac{1}{(n^2 - 1)k_0^2} (\mathbf{I}_\Sigma - \mathbf{I}_\sigma), \quad (14)$$

где поверхностные интегралы имеют следующий вид:

$$\mathbf{I}_\Sigma = \int_{\Sigma} \left\{ \mathbf{Q} \frac{dG}{d\nu'} - G \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \nu'} \right\} dS', \quad (15)$$

$$\mathbf{I}_\sigma = \int_{\sigma} \left\{ \mathbf{Q} \frac{dG}{dR} - G \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial R} \right\} dS' \quad (16)$$

символ $\frac{d}{dV'}$ в (15) означает дифференцирование вдоль внешней нормали к поверхности Σ .

Вычисление интеграла $\mathbf{I}_\sigma$ при $\bar{a} \rightarrow 0$ дает следующее значение:

$$\mathbf{I}_\sigma = -4\pi\mathbf{Q}(\mathbf{r}). \quad (17)$$

Таким образом, учитывая (17), (11), получим явные выражения для $\mathbf{A}_\alpha$:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_\alpha &= \int_{\Sigma} \text{rot rot } \mathbf{Q}(\mathbf{r}') G(R) dV' = \\ &= \frac{1}{(n^2 - 1)k_0^2} \left[4\pi \text{rot rot } \mathbf{Q} + \text{rot rot } \mathbf{I}_\Sigma - \frac{8\pi}{3} \mathbf{Q}(\mathbf{r}) \right]. \end{aligned} \quad (18)$$

Используем далее тождество

$$\text{rot rot } \mathbf{Q} \equiv \text{grad div } \mathbf{Q} - \nabla^2 \mathbf{Q} \quad (19)$$

и условие $\text{div } \mathbf{Q} = 0$, а также уравнение Гельмгольца (7), и получим окончательно:

$$\mathbf{A}_\alpha = \frac{4\pi}{3} \left(\frac{n^2 + 2}{n^2 - 1} \right) \mathbf{Q} + \frac{1}{(n^2 - 1)k_0^2} \text{rot rot } \mathbf{I}_\Sigma. \quad (20)$$

После подстановки этого выражения в уравнение (8) выделим две группы членов в полученном уравнении. Первая группа членов образует локальное уравнение, определенное в точке наблюдения $\mathbf{r}$ внутри среды. Эта группа членов дает формулу для определения показателя преломления n :

$$\frac{4\pi}{3} (qN_0\alpha_{eff} + N_m\alpha_m) = \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right). \quad (21)$$

Эта формула является аналогом формулы Лорентц – Лоренца [17] для композитных сред.

Вторая группа членов образует теорему погашения

$$\mathbf{A}_I + \text{rot rot } \mathbf{I}_\Sigma = 0, \quad (22)$$

которая эквивалентна граничному условию на поверхности Σ оптической среды. Физический смысл теоремы погашения заключается в том, что падающая волна гасится на границе Σ в результате интерференции с полем диполей в полубесконечной оптической среде.

Отметим, что представленный вывод формул (21), (22) носит достаточно общий характер. Например, эти формулы справедливы, если вместо действительного показателя преломления n иметь в виду комплексный показатель преломления $n + i\kappa$, где κ – показатель (коэффициент) поглощения.

Представим формулу (21) как

$$n^2 = \frac{1 + \frac{8\pi}{3}(qN_0\alpha_{eff} + N_m\alpha_m)}{1 - \frac{4\pi}{3}(qN_0\alpha_{eff} + N_m\alpha_m)}. \quad (23)$$

Для того чтобы показатель преломления обратился в нуль, необходимо, чтобы числитель в этой формуле обратился в нуль. Однако, учитывая, что $qN_0\alpha_{eff} < N_m\alpha_m$ и c , достижение нулевого значения $n=0$ невозможно. В работе [18] выведена более общая формула для показателя преломления композитной среды с учетом структурного фактора, которая объясняет возможность достижения нулевого и квазинулевых значений показателя преломления композитной среды с наночастицами серебра.

3. Амплитуды отражения и пропускания плоской электромагнитной волны на неоднородной границе среды

Для объяснения экспериментальных спектров отражения и пропускания слоя с квазинулевым показателем преломления необходимо рассматривать показатель преломления композитной среды как непрерывную случайную величину. Это означает, что понятие резкой границы раздела двух сред, на которой показатели преломления сред являются детерминированными величинами и скачком изменяются от одного значения до другого на границе этих сред, исчезает и законы отражения и преломления света становятся нефренелевскими. При этом граница раздела двух сред становится неоднородной.

Падающую волну запишем в форме

$$\mathbf{E}_I = \mathbf{A}_{0I} \exp\{i[k_0(\mathbf{r}\mathbf{s}_I - \omega t)]\}, \quad (24)$$

где $\mathbf{A}_{0I}$ – постоянный вектор; $k_0 = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$; λ – длина волны; $\mathbf{s}_I$ – единичный вектор в направлении распространения волны, имеющий следующие компоненты:

$$s_{xI} = -\sin\theta_I, \quad s_{yI} = 0, \quad s_{zI} = -\cos\theta_I, \quad (25)$$

где θ_I – угол падения (рис. 1).

В качестве пробного решения уравнения (22) для прошедшей внутрь среды волны выберем плоскую волну, распространяющуюся в направлении единичного вектора $\mathbf{s}_T$, который также лежит в плоскости падения xz и имеет следующие компоненты:

$$s_{xT} = -\sin\theta_T, \quad s_{yT} = 0, \quad s_{zT} = -\cos\theta_T. \quad (26)$$

Будем рассматривать поле прошедшей волны как макроскопическое поле $\mathbf{E}'$, которое связано с микроскопическим полем уравнения (1) с помощью соотношения

$$\mathbf{E}' = \frac{4\pi}{n^2 - 1} \mathbf{P}, \quad (27)$$

вытекающего из соотношений теории Максвелла

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \epsilon \mathbf{E}' = n^2 \mathbf{E}', \\ \mathbf{D} &= \mathbf{E}' + 4\pi \mathbf{P}, \end{aligned} \quad (28)$$

где ϵ – диэлектрическая проницаемость среды; $\mathbf{D}$ – вектор электрического смещения.

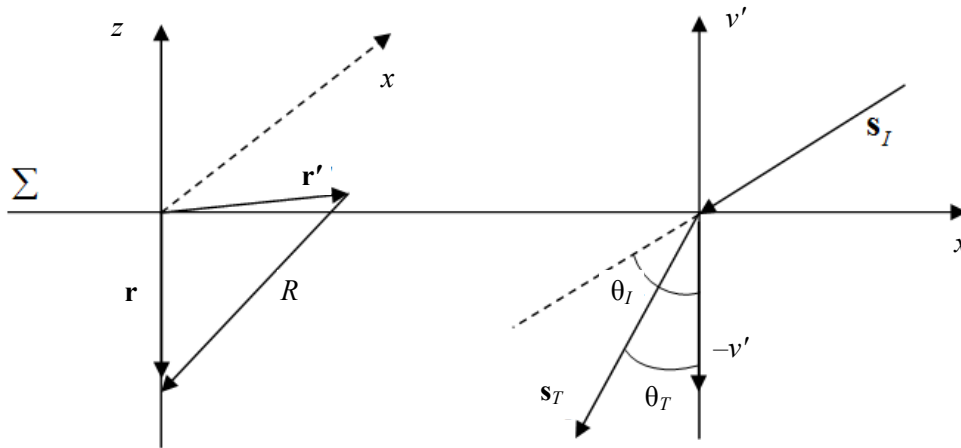


Рис. 1. Схема расположения векторов в граничной задаче для точек наблюдения $\mathbf{r}$ внутри среды

Подставляя в (27) выражения (6), представим макроскопическое поле прошедшей волны как

$$\mathbf{E}' = 4\pi k_0^2 \mathbf{Q} e^{-i\omega t} = 4\pi k_0^2 \mathbf{Q}_0 \exp\{i[k_0 n(\mathbf{r} \mathbf{s}_T - \omega t)]\}, \quad (29)$$

где $\mathbf{Q}_0$ – постоянный вектор, ортогональный $\mathbf{s}_T$, согласно условию $\text{div} \mathbf{Q} = 0$.

Производные входящие в интеграл (15) имеют вид

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial v'} = i n k_0 \left(\frac{\partial \mathbf{r}'}{\partial v'} \cdot \mathbf{s}_T \right) \mathbf{Q}_0 \exp\{i n k_0 (\mathbf{r}' \mathbf{s}_T)\}, \quad (30)$$

$$\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial v'} = i k_0 \frac{\partial R}{\partial v'} G \left(1 + \frac{i}{k_0 R} \right). \quad (31)$$

После подстановки (30) в (15) получим следующий интеграл:

$$\mathbf{I}_\Sigma = i k_0 \mathbf{Q}_0 \int_\Sigma \left\{ \frac{\partial R}{\partial v'} \left(1 + \frac{i}{k_0 R} \right) - n \left(\frac{\partial \mathbf{r}'}{\partial v'} \cdot \mathbf{s}_T \right) \right\} \frac{\exp\{i k_0 [R + n(\mathbf{r}' \mathbf{s}_T)]\}}{R} dS'. \quad (32)$$

Компоненты векторов в данной граничной задаче равны (рис. 1):

$$R = \sqrt{(x')^2 + (y')^2 + z^2}, \quad \mathbf{r}' \cdot \mathbf{s}_T = -x' \sin \theta_T,$$

$$\frac{\partial R}{\partial v'} = \frac{z}{R}, \quad \frac{\partial \mathbf{r}'}{\partial v'} \cdot \mathbf{s}_T = s_{zT} = -\cos \theta_T. \quad (33)$$

Интеграл $\mathbf{I}_\Sigma$ после подстановки выражений (33) приобретает следующий вид:

$$\mathbf{I}_\Sigma = ik_0 \mathbf{Q}_0 \int_{-\infty}^{\infty} \int \left\{ \frac{z}{R} \left(1 + \frac{i}{k_0 R} \right) + n \cos \theta_T \right\} \frac{1}{R} \exp \{ ik_0 (R - nx' \sin \theta_T) \} dx' dy'. \quad (34)$$

Интеграл (34) вычислен в [17] с помощью принципа стационарной среды при выполнении условия $k_0 R \ll 1$, т.е. для точек наблюдения вдали от границы оптической среды. В работе [19] нами этот интеграл вычислен без этого условия для различных точек наблюдения вдали и вблизи границы. Результаты этих вычислений совпадают и интеграл равен

$$\mathbf{I}_\Sigma = -2\pi \frac{\sin(\varphi + \theta_T)}{\cos \varphi \sin \theta_T} \mathbf{Q}_0 \exp[ik_0(\mathbf{r}\mathbf{s})], \quad (35)$$

где угол φ и вектор $\mathbf{s}$ определены с помощью следующих равенств:

$$n \sin \theta_T = \sin \varphi, \quad (36)$$

$$s_x = -\sin \varphi, \quad s_y = 0, \quad s_z = -\cos \varphi. \quad (37)$$

Подставим этот интеграл в теорему погашения (22). Тогда после соответствующих преобразований получим следующее равенство:

$$\mathbf{A}_{0I} \exp \{ ik_0 \mathbf{r}(\mathbf{s}_I - \mathbf{s}) \} = \frac{\sin(\varphi + \theta_T)}{2 \cos \varphi \sin \theta_T} [\mathbf{T}_0 - \mathbf{s}(\mathbf{s}\mathbf{T}_0)], \quad (38)$$

где $\mathbf{T}_0 = 4\pi k_0^2 \mathbf{Q}_0$ – амплитуда прошедшей волны. Ниже мы определим левую часть этого уравнения, интегрируя ее по различным показателям преломления в пределах допустимых значений, что позволит устранить координатную зависимость в этом уравнении.

Для резкой границы раздела двух сред, когда на границе оптической среды показатель преломления входной среды (в рассматриваемом случае входной средой является вакуум с показателем преломления, равным единице) скачком преобразуется в строго определенное значение показателя преломления оптической среды n , граница среды является однородной. Это означает, что для всех точек $\mathbf{r}$ на границе соотношение (38) тождественно выполняется. Свойство однородности границы можно представить как

$$\mathbf{s} = \mathbf{s}_I, \quad \varphi = \theta_T, \quad (39)$$

и с учетом определений (37) получим закон преломления Снеллиуса $n \sin \theta_T = \sin \theta_I$, позволяющий однозначно определить угол преломления, ес-

ли известен угол падения волны. С помощью (38) при выполнении условий однородности получаются также формулы Френеля для преломления света [17].

Для однородной границы раздела двух сред выполняются условия однородности (39). Это означает, что на границе (x, y) поверхности Σ полубесконечной оптической среды на каждом участке этой поверхности отсутствует набег фазы $b_0 = \exp\{ik_0 \mathbf{r}(\mathbf{s}_I - \mathbf{s})\}$ в соотношении (38) между падающей и преломленной волнами. При фиксированном векторе $\mathbf{s}_I$ на каждом участке поверхности Σ имеем равенство векторов $\mathbf{s} = \mathbf{s}_I$, согласно которому можно точно определить угол преломления θ_T , и амплитуду преломления $\mathbf{T}_0$, если показатель преломления является фиксированной величиной.

Как показано в [12, 13, 21], при анализе спектров отражения и пропускания слоев с квазиулевым показателем преломления показатель преломления слоя не является фиксированной величиной, а представляется как непрерывная случайная величина, принимающая численные значения в интервале допустимых значений от нуля до некоторого предельного значения Δn . Тогда экспериментально наблюдаемые спектры отражения и пропускания слоя представляются с помощью волнового пакета классических амплитуд отражения и пропускания слоя. При таком определении амплитуд отражения и пропускания слоя после перехода к формулам для амплитуд отражения и пропускания слоя [12, 13] осциллирующая функция $\exp\left(\frac{2\pi}{\lambda} d_2 \Delta n_2 \cos \theta_{T2}\right)$

определяет расположение интерференционных максимумов и минимумов в спектрах отражения и пропускания и по их расположению вычисляется квазиулевым показателем преломления слоя Δn_2 .

При рассмотрении оптических свойств границы раздела двух сред вакуум-оптическая среда с квазиулевым показателем преломления будем также рассматривать показатель преломления среды как непрерывную случайную величину. В этом случае условия однородности (39) нарушаются и при каждом фиксированном векторе $\mathbf{s}_I$ на каждом участке поверхности Σ вектор $\mathbf{s}$ будет случайным образом повернут относительно вектора $\mathbf{s}_I$. Это означает, что на различных участках этой поверхности преломление света происходит с некоторым фазовым сдвигом $b_0 = \exp\{ik_0 \mathbf{r}(\mathbf{s}_I - \mathbf{s})\}$, учитывая проекции вектора $\mathbf{s}$, которые случайным образом зависят от показателя преломления среды.

Действительно, покажем, что теорема погашения (38) выполняется, если представить функцию $\mathbf{A}_{0I} \exp\{ik_0 x(-\sin \theta_I + n \sin \theta_T)\}$ как волновой пакет, учитывая квазиулевые значения показателя преломления. Тогда вместо функции $\mathbf{A}_{0I} \exp\{ik_0 x(-\sin \theta_I + n \sin \theta_T)\}$ в теореме погашения (38) получим функцию

$$\mathbf{F}(x) = -i\mathbf{A}_{0I} \Delta n e^{-ik_0 x \sin \theta_I} \left\{ \frac{1 - \cos(\Delta n k_0 x \sin \theta_T)}{\sin \theta_T \Delta n k_0 x} - \frac{i \sin(\Delta n k_0 x \sin \theta_T)}{\sin \theta_T k_0 x \Delta n} \right\}. \quad (40)$$

Как будет показано ниже, угол преломления на границе оптической среды с квазиулевым показателем преломления, значения которого изменяются от нуля до некоторого значения $\Delta n \ll 1$, является комплексным. При этом действительный угол преломления $\theta_T' = \frac{\pi}{2}$, а мнимая часть угла преломления θ_T'' равна нулю. Тогда $\sin \theta_T = \operatorname{ch}(\theta_T'') = 1$ и функция в фигурных скобках в (40) имеет резкий максимум при $k_0 x \Delta n \rightarrow 0$. В результате функция $F(x)$ с высокой степенью точности равна $F(x) = A_{0I} \Delta n$.

Для оптических сред с квазиулевым показателем преломления показатель преломления n является случайной величиной. Будем считать, что случайные значения n положительные и находятся в области допустимых значений вблизи нуля. Будем считать также, что случайные значения n в области допустимых значений реализуются с одинаковой вероятностью. Для таких сред понятия резкой границы и однородности неприемлемы. Это означает, что условия (39) нарушаются и граница оптической среды с квазиулевым показателем преломления становится неоднородной. При этом неоднородность поверхности оптической среды связана не с истинными неоднородностями поверхности, поверхность среды в нашем рассмотрении является плоской неограниченной поверхностью $z = 0$, а со случайным распределением показателя преломления среды вблизи нулевого значения.

Обозначим через $A_{\perp}$ и $A_{\parallel}$ амплитуды электрического вектора внешней волны, а через $T_{\perp}$ и $T_{\parallel}$ – амплитуды преломленной волны, соответствующие s - и p -поляризованным волнам. В результате вычислений из (38) получим следующие формулы:

$$T_{\perp} = \frac{2 \cos \varphi \sin \theta_T}{\sin(\varphi + \theta_T)} A_{\perp} \Delta n, \quad (41)$$

$$T_{\parallel}^{(1)} = \frac{2 \cos \varphi \sin \theta_T \sin \theta_I}{\sin(\varphi + \theta_T) \cos(\varphi - \theta_T) \sin \varphi} A_{\parallel} \Delta n, \quad (42)$$

$$T_{\parallel}^{(2)} = \frac{2 \cos \varphi \sin \theta_T \cos \theta_I}{\sin(\varphi + \theta_T) \cos(\varphi - \theta_T) \cos \varphi} A_{\parallel} \Delta n. \quad (43)$$

Здесь и далее проекции векторов A_{0I} , T_0 , A_{0R} определены как

$$\begin{aligned} A_{0xI} &= -A_{\parallel} \cos \theta_I, \quad A_{0zI} = A_{\parallel} \sin \theta_I, \\ T_{0x} &= -T_{\parallel} \cos \theta_T, \quad T_{0z} = T_{\parallel} \sin \theta_T, \\ A_{0xR} &= -R_{\parallel} \cos \theta_R, \quad A_{0zR} = R_{\parallel} \sin \theta_R. \end{aligned} \quad (44)$$

В соответствии с этими формулами в случае нарушения условий однородности границы: $\mathbf{s} = \mathbf{s}_I$, $\varphi = \theta_T$, $n \sin \theta_T = \sin \theta_I$, имеем две p -поляризованные преломленные волны с разными амплитудами. Для однородной границы раздела двух сред формулы (43) совпадают с формулами Френеля и вместо

двух p -поляризованных волн имеем одну преломленную p -поляризованную волну.

Рассмотрим теперь случай, когда точки наблюдения находятся вне среды ($z > 0$). Из уравнения (1) для оптического поля вне среды с квази нулевым показателем преломления имеем следующее уравнение:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_I(\mathbf{r}, t) + \text{rot rot} \int \frac{\mathbf{P}\left(\mathbf{r}', t - \frac{R}{c}\right)}{R} dV', \quad (45)$$

где второе слагаемое в правой части представляет собой напряженность электрического поля отраженной волны $\mathbf{E}_R$, т.е.

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_I(\mathbf{r}, t) + \mathbf{E}_R(\mathbf{r}, t). \quad (46)$$

Для гармонической зависимости от времени

$$\mathbf{E}_R(\mathbf{r}, t) = \mathbf{A}_R(\mathbf{r}) e^{-i\omega t},$$

$$\mathbf{A}_R = \text{rot rot} \int_{\Sigma} \left\{ \mathbf{Q} \frac{dG}{d\nu'} - G \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \nu'} \right\} dS', \quad (47)$$

где $\mathbf{Q}$ – та же функция на поверхности Σ , что и раньше.

Вычисление поверхностного интеграла (45) проведем тем же способом, что и поверхностный интеграл $\mathbf{I}_{\Sigma}$ (34).

Обозначим поверхностный интеграл в (47) для точек наблюдения над поверхностью Σ как $\mathbf{I}_{\Sigma}'$. Расчеты этого интеграла совершенно аналогичны, только теперь в подынтегральной функции (34) $z' = -r$ следует заменить на $z' = r$. Это эквивалентно замене s_z на $-s_z$. Введем единичный вектор $\mathbf{s}_R$ вдоль направления распространения отраженной волны с компонентами

$$s_{xR} = -\sin \theta_R, \quad s_{yR} = 0, \\ s_{zR} = -\cos \theta_R, \quad (48)$$

где угол отражения равен

$$\theta_R = \pi - \varphi. \quad (49)$$

С учетом этих преобразований получим

$$\mathbf{I}_{\Sigma}' = -2\pi \frac{\sin(\varphi - \theta_T)}{\cos \varphi \sin \theta_T} \mathbf{Q}_0 \exp[ik_0(\mathbf{r}\mathbf{s}_R)]. \quad (50)$$

Тогда напряженность электрического поля отраженной волны будет иметь следующий вид:

$$\mathbf{A}_{0R} \exp[ik_0(\mathbf{r}\mathbf{s}_R)] = 2\pi k_0^2 \frac{\sin(\varphi - \theta_T)}{\cos \varphi \sin \theta_T} [\mathbf{s}_R \times [\mathbf{s}_R \times \mathbf{Q}_0]] \exp[ik_0(\mathbf{r}\mathbf{s}_R)]. \quad (51)$$

Выражение (51) представляет собой плоскую волну, распространяющуюся в направлении $\mathbf{s}_R$, причем это направление связано с углами преломления θ_T в соответствии с выражениями (49), (36), (37). Соотношение (49) выражает закон отражения света на границе среды с квазиулевым показателем преломления, представляющим собой случайную величину.

Формулы для амплитуд $R_{\perp}$ и $R_{\parallel}$ отраженных на неоднородной границе раздела двух сред s - и p -поляризованных волн имеют следующий вид:

$$R_{\perp} = -\frac{\sin(\varphi - \theta_T)}{\sin(\varphi + \theta_T)} A_{\perp} \Delta n, \quad (52)$$

$$R_{\parallel}^{(1)} = \frac{\sin(\varphi - \theta_T) \cos(\theta_R - \theta_T) \sin \theta_I}{\sin(\varphi + \theta_T) \cos(\varphi - \theta_T) \sin \varphi} A_{\parallel} \Delta n, \quad (53)$$

$$R_{\parallel}^{(2)} = \frac{\sin(\varphi - \theta_T) \cos(\theta_R - \theta_T) \cos \theta_I}{\sin(\varphi + \theta_T) \cos(\varphi - \theta_T) \cos \varphi} A_{\parallel} \Delta n, \quad (54)$$

где $\theta_R = \pi - \varphi$ – угол отражения. При выполнении условий однородности границы раздела двух сред (17) формулы (52)–(54) переходят в формулы Френеля [17].

Таким образом, нами решена граничная задача отражения и преломления плоской электромагнитной волны на границе вакуум – оптическая среда с квазиулевым показателем преломления. Ниже мы исследуем свойства полученных формул для амплитуд отражения и преломления.

4. Зеркальное отражение света на границе вакуум – оптическая среда с квазиулевым показателем преломления

Рассмотрим случай зеркального отражения света, когда угол φ становится равным углу падения θ_I . Тогда угол отражения $\theta_R = \pi - \varphi$, а углы преломления θ_T определяются из равенства $n \sin \theta_T = \sin \theta_I$. Отличительной особенностью этого соотношения по отношению к закону преломления Снеллиуса является то, что показатель преломления в композитной среде является случайной величиной, следовательно и угол преломления также является случайной величиной.

Амплитуды отражения (52)–(54) и амплитуды пропускания (41)–(43) для случая зеркального отражения запишем следующим образом:

$$R_{\perp} = \frac{\cos \theta_I - n \cos \theta_T}{\cos \theta_I + n \cos \theta_T} A_{\perp}, \quad (55)$$

$$R_{\parallel} = \frac{\cos \theta_T - n \cos \theta_I}{\cos \theta_T + n \cos \theta_I} A_{\parallel}, \quad (56)$$

$$T_{\perp} = \frac{2 \cos \theta_I}{\cos \theta_I + n \cos \theta_T} A_{\perp}, \quad (57)$$

$$T_{\parallel} = \frac{2 \cos \theta_I}{\cos \theta_T + n \cos \theta_I} A_{\parallel}, \quad (58)$$

где n является случайной величиной в области допустимых значений от 0 до Δn .

Случайные значения n находятся в интервале от нуля до некоторого значения $\Delta n < 1$, поэтому определим углы преломления θ_T с помощью равенства

$$\cos \theta_T = i \sqrt{\frac{1}{n^2} \sin^2 \theta_I - 1} \equiv \cos(\theta_T' - i\theta_T''), \quad (59)$$

где углы θ_T' определяют направление распространения преломленной волны, а углы θ_T'' – направление затухания. Направление распространения преломленной волны фиксированное и равно $\theta_T' = \frac{\pi}{2}$, а направление затухания изменяется в зависимости от значений n в интервале $[0, \Delta n]$ в соответствии с равенством

$$\text{sh} \theta_T'' = \sqrt{\frac{1}{n^2} \sin^2 \theta_I - 1}. \quad (60)$$

Таким образом, при любых углах падения света в интервале $[0, \Delta n]$ всегда найдутся такие значения n , при которых углы преломления являются комплексными, когда направление распространения преломленной волны фиксировано и равно $\theta_T' = \frac{\pi}{2}$. Иными словами, на границе раздела вакуум–оптическая среда с квазинулевым показателем преломления поверхностная волна возбуждается при любых углах падения света.

Поскольку показатель преломления среды является случайной непрерывной величиной, то амплитуды отражения и пропускания представим в виде интегралов типа

$$\tilde{R}_{\perp} = \int_0^{\Delta n} \frac{\cos \theta_I - i \sqrt{\sin^2 \theta_I - n^2}}{\cos \theta_I + i \sqrt{\sin^2 \theta_I - n^2}} dn \quad (61)$$

и также для остальных амплитуд (55)–(58). После выполнения интегрирования получим следующую формулу:

$$\begin{aligned} \tilde{R}_{\perp} = & \frac{\cos^2 \theta_I - \sin^2 \theta_I}{2} \ln \left| \frac{1 + \Delta n}{1 - \Delta n} \right| - 1 + \\ & + \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1 + \Delta n}{1 - \Delta n} \right| - 2i \cos \theta_I \left\{ - \frac{1 - \Delta n^2 - \cos^2 \theta_I}{\sqrt{1 - \Delta n^2}} + \right. \end{aligned}$$

$$+ \ln \left| \sqrt{1 - \Delta n^2} + \sqrt{1 - \Delta n^2 - \cos^2 \theta_I} \right| + \sqrt{1 - \cos^2 \theta_I} - \ln |1 + \sqrt{1 - \cos^2 \theta_I}| \} \quad (62)$$

Аналогичным образом вычислим и амплитуды $\tilde{R}_{\parallel}$, $\tilde{T}_{\perp}$, $\tilde{T}_{\parallel}$, выполняя интегрирование амплитуд по показателю преломления n в интервале от нуля до Δn .

Обсуждение

Итак, в данной статье решена граничная задача взаимодействия плоской электромагнитной волны с плоской границей раздела двух сред, одной из которых является вакуум, а второй – непрерывная прозрачная оптическая среда с квазинулевым показателем преломления. Такая среда, обладающая квазинулевым показателем преломления в широком диапазоне длин волн от 450 до 1100 нм, представляет собой композитную среду с наночастицами серебра в полимерной матрице, которая синтезируется в нашей лаборатории. На основе анализа экспериментальных спектров отражения и пропускания слоев из этих материалов сделан вывод о том, что эти материалы образуют новый класс композитных материалов с квазинулевым показателем преломления. Вектор поляризации композитной среды определяется с помощью формулы (4). Решая уравнение (3), удается получить теорему погашения (38), которая, фактически, определяет граничные условия в рассматриваемой граничной задаче. Отличительной особенностью рассматриваемой граничной задачи является то, что показатель преломления композитной среды обладает неопределенностью в интервале от нуля до некоторой величины Δn , определяемой экспериментально в спектрах отражения композитного слоя по расположению интерференционных минимумов. Вследствие этой неопределенности показателя преломления среды в рассматриваемой граничной задаче граница раздела двух сред является неоднородной и законы отражения и преломления плоской волны становятся нефренелевскими. При выполнении условий однородности (39), которые являются частным случаем полученного решения, имеют хорошо известные законы отражения и преломления плоской волны и соответствующие френелевские формулы для амплитуд отражения и пропускания на границе раздела двух сред. Для неоднородной границы вакуум – композитная среда с квазинулевым показателем преломления получаем, что в теореме погашения участвует локализованная волна, представляющая собой волновой пакет амплитуд (40).

Список литературы

1. **Brown, J.** Artificial dielectrics having refractive indices less than unity / J. Brown // Proc. IEEE. – 1953. – Vol. 100. – P. 51–62.
2. **Silveirinha, M.** Theory of supercoupling, squeezing wave energy, and field confinement in narrow channels and tight bends using ϵ -near-zero metamaterials / M. Silveirinha, N. Engheta // Phys. Rev. B. – 2007. – Vol. 176. – P. 245109.
3. **Enoch, S.** A metamaterial for directive emission / S. Enoch, G. Tayeb, P. Sabouroux, N. Guerin, P. Vincent // Phys. Rev. Lett. – 2002. – Vol. 89. – 213902.
4. **Silveirinha, M.** Tunneling of electromagnetic energy through subwavelength channels and bends using epsilon-near-zero materials / M. Silveirinha, N. Engheta // Phys. Rev. Lett. – 2006. – Vol. 97. – 157403.

5. **Engheta, N.** Optical nanocircuits inspired by metamaterials / N. Engheta // *Science*. – 2007. – Vol. 317. – P. 1698–1702.
6. **Cai, W.** Optical metamaterials: fundamentals and Applications / W. Cai, V. M. Shalaev // Springer. – New York. – 2010.
7. **Yun, S.** Low-loss impedance-matched optical metamaterials with zerophase delay / S. Yun, Z. H. Jiang, Q. Xu, Z.W. Lui, D. H. Werner, T. S. Mayer // *ACS Nano*. – 2012. – Vol. 6. – P. 4475–4482.
8. **Cai, W.** Metal-coated waveguide stretches wavelengths to infinity / W. Cai // *Physics*. – 2013. – Vol. 6. – P. 1.
9. **Vesser, E. J. R.** Experimental verification of $n=0$ structures for visible Light / E. J. R. Vesser, T. Coenen, H. Caglayan, N. Engheta, A. Polman // *Phys. Rev. Lett.* – 2013. – Vol. 110. – P. 013902.
10. Патент РФ. Способы и устройства, специально предназначенные для изготовления или обработки таких приборов или их частей / О. Н. Гадомский, Н. М. Ушаков, В. Я. Подвигалкин, П. А. Музалев, Д. М. Кульбацкий, И. Д. Кособудский. – № 2456710. – 20.07.2012.
11. Заявка на патент РФ. Способ получения просветляющего покрытия для солнечной энергетики / Катнов В. Е., Гадомский О. Н., Степин С. Н., Катнова Р. Р. – 01.07.2013.
12. **Gadomsky, O. N.** High-negative effective refractive index of silver nanoparticles system in nanocomposite films / O. N. Gadomsky, K. K. Altunin // *Optics Communications*. – 2012. – Vol. 285. – P. 816–820.
13. **Гадомский, О. Н.** Наноструктурные композитные слои с квазинулевым показателем преломления / О. Н. Гадомский, С. Н. Степин, В. Е. Катнов, Е. Г. Зубков // *Журнал прикладной спектроскопии*. – 2013. – Т. 80. – С. 738–742.
14. **Гадомский, О. Н.** Идеальное оптическое просветление композитных пленок, активированных сферическими наночастицами / О. Н. Гадомский, К. К. Алтунин, Н. М. Ушаков // *Письма в журнал экспериментальной и теоретической физики*. – 2009. – Т. 90. – С. 273–279.
15. **Gadomsky, O. N.** Giant photovoltaic effect / O. N. Gadomsky, K. K. Altunin, N. M. Ushakov, D. M. Kulbackii // *JETP Letters*. – 2011. – Т. 93. – С. 320–325.
16. **Gadomsky, O. N.** Enhancement and focusing of light in nanostructured quasi-zero-refractive-index films / O. N. Gadomsky, S. N. Stepin, N. M. Ushakov, N. V. Gadomskaya, E. A. Pereskokov // *Optics Communications*. – 2014. – Vol. 330. – P. 99–105.
17. **Борн, М.** Основы оптики / М. Борн, Э. Вольф. – М.: Наука, 1973. – 720 с.
18. Near-field effect in composite nanomaterials with a quasi-zero refractive index / O. N. Gadomsky, K. K. Altunin, S. N. Stepin, V. E. Katnov, A. A. Rusin, E. A. Pereskokov // *Optics Communications*. – 2014. – Vol. 315. – P. 286–294.
19. **Gadomsky, O. N.** Near-field effect in surface optics / O. N. Gadomsky, K. V. Krutitsky // *JOSA B*. – 1996. – Vol. 13. – P. 1679–1690.
20. **Гадомский О. Н.** Радиационная теория металлических кластеров / О. Н. Гадомский, К. К. Алтунин, У. Г. Зубков // *Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки*. – 2012. – № 3 (23). – С. 144–152.
21. **Гадомский, О. Н.** Полное внутреннее отражение на границе вакуум-оптическая среда с квазинулевым показателем преломления / О. Н. Гадомский, И. В. Гадомская, Е. Г. Зубков, А. А. Русин // *Письма в журнал экспериментальной и теоретической физики*. – 2013. – Т. 98. – С. 7–11.

References

1. Brown J. *Proc. IEEE*. 1953, vol. 100, pp. 51–62.
2. Silveirinha M., Engheta N. *Phys. Rev. B*. 2007, vol. 176, p. 245109.

3. Enoch S., Tayeb G., Sabouroux P., Guerin N., Vincent P. *Phys. Rev. Lett.* 2002, vol. 89, p. 213902.
4. Silveirinha M., Engheta N. *Phys. Rev. Lett.* 2006, vol. 97, p. 157403.
5. Engheta N. *Science*. 2007, vol. 317, pp. 1698–1702.
6. Cai W., Shalaev V. M. *Springer*. New York. 2010.
7. Yun S., Jiang Z. H., Xu Q., Lui Z. W., Werner D. H., Mayer T. S. *ACS Nano*. 2012, vol. 6, pp. 4475–4482.
8. Cai W. *Physics*. 2013, vol. 6, p. 1.
9. Vesser E. J. R., Coenen T., Caglayan H., Engheta N., Polman A. *Phys. Rev. Lett.* 2013, vol. 110, p. 013902.
10. Patent Russian Federation. *Ways and devices specially designed for production or processing of the said devices and parts thereof*. Gadomskiy O. N., Ushakov N. M., Podvigalkin V. Ya., Muzalev P. A., Kul'batskiy D. M., Kosobudskiy I. D. No. 2456710. 20 July 2012.
11. *RF patent application. Ways of production of antireflection coating for solar power engineering*. Katnov V. E., Gadomskiy O. N., Stepin S. N., Katnova R. R. 1 July 2013.
12. Gadomskiy O. N., Altunin K. K. *Optics Communications*. 2012, vol. 285, pp. 816–820.
13. Gadomskiy O. N., Stepin S. N., Katnov V. E., Zubkov E. G. *Zhurnal prikladnoy spektroskopii* [Journal of applied spectroscopy]. 2013, vol. 80, pp. 738–742.
14. Gadomskiy O. N., Altunin K. K., Ushakov N. M. *Pis'ma v zhurnal eksperimental'noy i teoreticheskoy fiziki* [Letters to the journal of experimental and theoretical physics]. 2009, vol. 90, pp. 273–279.
15. Gadomskiy O. N., Altunin K. K., Ushakov N. M., Kulbackii D. M. *JETP Letters*. 2011, vol. 93, pp. 320–325.
16. Gadomskiy O. N., Stepin S. N., Ushakov N. M., Gadomskaya N. V., Pereskokov E. A. *Optics Communications*. 2014, vol. 330, pp. 99–105.
17. Born M., Vol'f E. *Osnovy optiki* [Basic optics]. Moscow: Nauka, 1973, 720 p.
18. Gadomskiy O. N., Altunin K. K., Stepin S. N., Katnov V. E., Rusin A. A., Pereskokov E. A. *Optics Communications*. 2014, vol. 315, pp. 286–294.
19. Gadomskiy O. N., Krutitskiy K. V. *JOSA B*. 1996, vol. 13, pp. 1679–1690.
20. Gadomskiy O. N., Altunin K. K., Zubkov U. G. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Fiziko-matematicheskie nauki* [University proceedings. Volga region. Physical and mathematical sciences]. 2012, no. 3 (23), pp. 144–152.
21. Gadomskiy O. N., Gadomskaya I. V., Zubkov E. G., Rusin A. A. *Pis'ma v zhurnal eksperimental'noy i teoreticheskoy fiziki* [Letters to the journal of experimental and theoretical physics]. 2013, vol. 98, pp. 7–11.

Гадомский Олег Николаевич

доктор физико-математических наук,
профессор, кафедра радиофизики
и электроники, Ульяновский
государственный университет (Россия,
г. Ульяновск, ул. Льва Толстого, 42)

E-mail: gadomsky@mail.ru

Gadomskiy Oleg Nikolaevich

Doctor of physical and mathematical
sciences, professor, sub-department
of radio physics and electronics,
Ulyanovsk State University
(42 Lva Tolstogo street, Ulyanovsk, Russia)

Щукарев Игорь Александрович

аспирант, Ульяновский государственный
университет (Россия, г. Ульяновск,
ул. Льва Толстого, 42)

E-mail: igor.schukarev@gmail.com

Shchukarev Igor' Aleksandrovich

Postgraduate student, Ulyanovsk State
University (42 Lva Tolstogo street,
Ulyanovsk, Russia)

УДК 535.8

Гадомский, О. Н.

Оптические среды с квазиулевым показателем преломления (Часть I. Отражение и преломление света на границе вакуум-оптическая среда с квазиулевым показателем преломления) / О. Н. Гадомский, И. А. Щукарев // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. – 2014. – № 3 (31). – С. 209–227.